



# Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

## Sistemas avanzados de producción: Nociones sobre *planificación agregada* mediante programación matemática

*Joaquín Bautista Valhondo*

D-16/2008  
(Rec. ML/SAP-1999-jbv)

*Departamento de Organización de Empresas*

Universidad Politécnica de Cataluña

**Publica:**

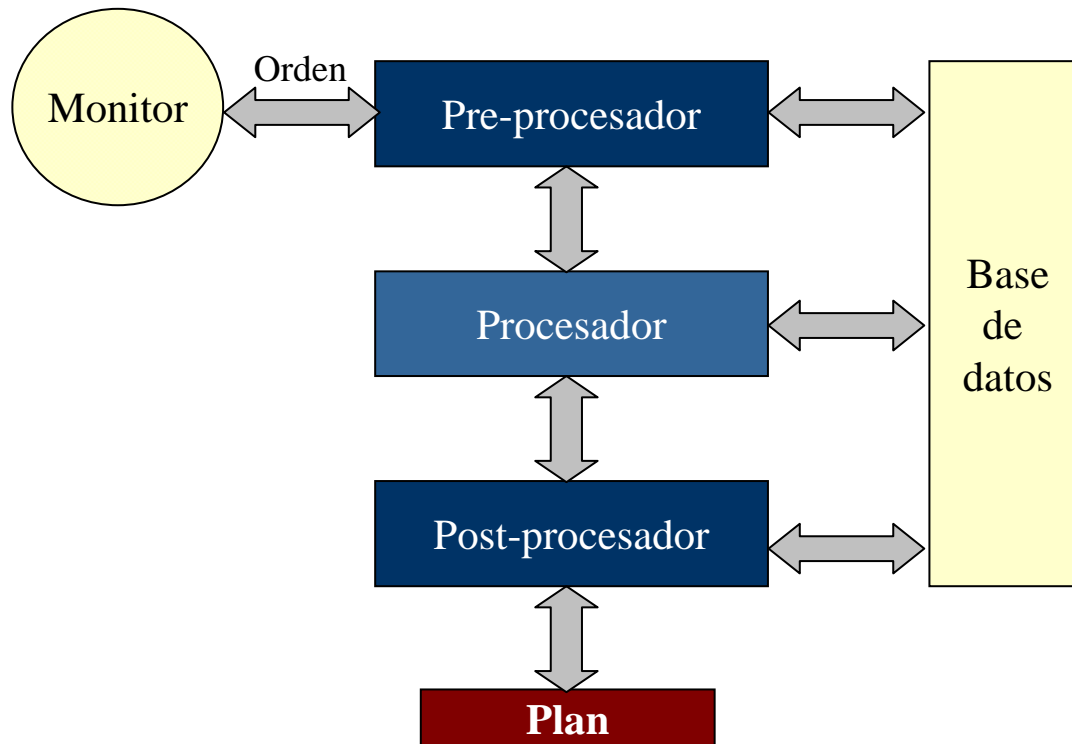
Universitat Politècnica de Catalunya  
[www.upc.edu](http://www.upc.edu)



**Edita:**

Cátedra Nissan  
[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)  
[director@nissanchair.com](mailto:director@nissanchair.com)

# Planificació agregada mediante programació matemàtica



Departament  
d'Organització  
d'Empreses

# Índice

---

- Modelo básico de Bowman
- Esquema básico de un SAD en planificación
- Algunas características de los modelos de planificación
- Algunos formatos e instrucciones
- Modelo con RRHH variable y ruptura penalizada
- Modelo multi-producto con recursos críticos
- INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos
- Modelo multicentro
- Sistema DANAE-DANONE
- Síntesis y crítica

## M0: modelo básico de Bowman (1/3)

---

### *Hipótesis:*

- Una sola familia de productos y una sola etapa global productiva.
- Hay  $S$  formas (fuentes) de obtener el producto, con coste variable de producción diferente.
- No hay coste fijo de producción, ni coste de cambio de nivel de producción (en las fuentes).
- El producto puede almacenarse, no se admiten rupturas.
- Las unidades producidas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

## M0: modelo básico de Bowman (2/3)

---

### *Variables:*

- $X(i,t)$  Cantidad planificada de producción en la fuente  $i$  durante el periodo  $t$ .
- $I(t)$  Stock al final del periodo  $t$ .

### *Parámetros:*

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2\dots T$ )
- $i$  Índice de fuente de producción (turno, planta, línea...;  $i=1,2\dots S$ ).
- $D(t)$  Demanda o consumo, previsto o acordado, durante el periodo  $t$ .
- $P(i,t)$  Capacidad (en unidades) de la fuente  $i$  durante el periodo  $t$ .
- $c(i,t)$  Coste (variable) unitario de producción de la fuente  $i$  durante  $t$ .
- $h(t)$  Coste de almacenar una unidad del producto de  $t$  a  $t+1$ .

## M0: modelo básico de Bowman (3/3)

---

*Datos iniciales:*  $I(0) = \text{stock inicial.}$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T c(i,t) X(i,t) + \sum_{t=1}^T h(t) I(t) \quad (0)$$

*s.a.:*

$$\sum_{i=1}^S X(i,t) - I(t) + I(t-1) = D(t) \quad (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$X(i,t) \leq P(i,t) \quad (1 \leq t \leq T) \wedge (1 \leq i \leq S) \quad (2)$$

$$X(i,t) \geq 0 \quad (1 \leq t \leq T) \wedge (1 \leq i \leq S) \quad (3)$$

$$I(t) \geq 0 \quad (1 \leq t \leq T) \quad (4)$$

Programa lineal continuo (algoritmo simplex o ad-hoc).

# Ejercicio-0

---



**DOE**

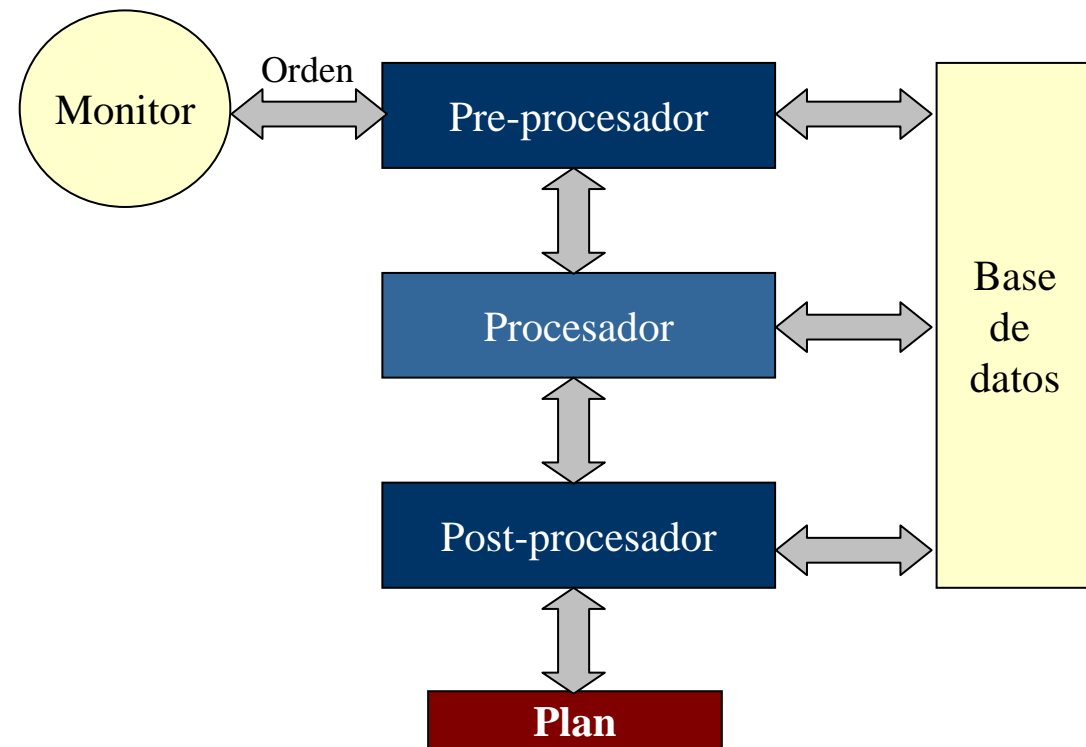
[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)

SAP -60

# Esquema básico de un SAD en planificación

## *Procesador: algunas técnicas*

- Reglas lineales HMMS.
- Jones.
- Reglas de decisión por búsqueda.
- Programación dinámica.
- Flujos en grafos.
- Programas lineales.



# Algunas características de los modelos de planificación

---

*Algunos atributos y sus valores:*

- |                                     |               |                |
|-------------------------------------|---------------|----------------|
| • 01 - <i>Horizonte</i>             | mono-periodo  | multi-periodo  |
| • 02 - <i>Productos-Familias</i>    | mono-producto | multi-producto |
| • 03 - <i>Recursos críticos</i>     | uno           | varios         |
| • 04 - <i>Etapas de fabricación</i> | mono-etapa    | multi-etapa    |
| • 05 - <i>Rupturas</i>              | no permitidas | penalizadas    |
| • 06 - <i>Demanda</i>               | determinista  | aleatoria      |
| • 07 - <i>RRHH</i>                  | fijo          | variable       |
| • 08 - <i>Instalaciones</i>         | definidas     | alternativas   |
| • 09 - <i>Nivel productivo</i>      | uno           | varios         |
| • 10 - <i>Procesos</i>              | definidos     | alternativos   |

## Algunos formatos e instrucciones (1/2)

---

*Multiperiodo*: introduce el índice temporal  $t$  y las restricciones correspondientes a la conservación del flujo.

$$X(t) - I(t) + I(t-1) = D(t) \quad 1 \leq t \leq T$$

*Multiproducto*: además del índice de producto  $j$  ( $j=1\dots J$ ), la utilización conjunta de un recurso  $k$  ( $k=1\dots K$ ), por varios productos conduce a restricciones de capacidad.

$$\sum_{j=1}^J a(k, j) X(j, t) \leq b(k, t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq t \leq T)$$

*Multietapa*: obligará a considerar en la planificación productos semielaborados, con sus ecuaciones de flujo correspondientes y expresiones que relacionen componentes con compuestos.

*Posibilidad de rupturas*: el stock considerado en las expresiones de flujo corresponden al stock neto  $I(t)$  por lo que hay que considerar exceso (+) y defecto (-) de stock.

$$I(t) = I^+(t) - I^-(t) \quad 1 \leq t \leq T$$

## Algunos formatos e instrucciones (2/2)

---

*Demanda aleatoria:* Introducir stocks de seguridad.

*RRHH variable:* Considerar la variación de la plantilla, su impacto sobre la capacidad productiva en cada periodo, y su repercusión en el coste.

$$\begin{aligned}W(t) - W(t-1) - w^+(t) + w^-(t) &= 0 & 1 \leq t \leq T \\P(t) &= f(W(t)) & 1 \leq t \leq T\end{aligned}$$

*Instalaciones alternativas:* Introducir variables binarias (0/1) para poder distinguir las instalaciones que están activas de las que no en cada periodo.

*Varios niveles productivos:* Distinguir la producción realizada en cada nivel (por turnos, horas normales y extra) considerando sus limitaciones de capacidad y sus costes propios.

*Procesos variables:* Introducir variables binarias (0/1) que permitan la elección del proceso concreto por producto.

## M1: modelo con RRHH variable y ruptura penalizada (1/5)

---

### *Hipótesis:*

- Una sola familia de producto, un solo nivel productivo, una sola fuente.
- El producto puede almacenarse.
- Las entregas pueden diferirse con penalización.
- No se considera coste fijo de producción.
- La variación de la capacidad productiva se vincula a la variación de RRHH, dicha variación está afectada por un coste.
- Las unidades producidas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

## M1: modelo con RRHH variable y ruptura penalizada (2/5)

---

### *Variables:*

- $X(t)$  Cantidad planificada de producción durante el periodo  $t$ .
- $W(t)$  RRHH disponible durante el periodo  $t$ .
- $w^+(t)$  Aumento de plantilla entre  $t-1$  y  $t$ .
- $w^-(t)$  Disminución de plantilla entre  $t-1$  y  $t$ .
- $I(t)$  Stock neto al final del periodo  $t$ .
- $I^+(t)$  Stock físico (en mano) al final de  $t$ .
- $I^-(t)$  Entregas diferidas (unidades) contabilizadas al final de  $t$ .

## M1: modelo con RRHH variable y ruptura penalizada (3/5)

---

### *Parámetros:*

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2\dots T$ )
- $D(t)$  Demanda o consumo, previsto o acordado, durante el periodo  $t$ .
- $p(t)$  Factor que transforma RRHH en capacidad de producción en el periodo  $t$ .
- $c(t)$  Coste (variable) unitario de producción de la fuente durante  $t$ .
- $h^+(t)$  Coste de almacenar una unidad del producto de  $t$  a  $t+1$ .
- $h^-(t)$  Coste de diferir la entrega de una unidad del producto de  $t$  a  $t+1$ .
- $v^+(t)$  Coste unitario de incremento de RRHH al inicio del periodo  $t$ .
- $v^-(t)$  Coste unitario de decremento de RRHH al inicio del periodo  $t$ .
- $W_{\max}$  Valor máximo RRHH posible (limitado por las instalaciones).

## M1: modelo con RRHH variable y ruptura penalizada (4/5)

*Datos iniciales:*  $I(0) \Rightarrow$  stock inicial detallado;  $W(0) \Rightarrow$  RRHH inicial .

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \left( c(t)X(t) + h^+(t)I^+(t) + h^-(t)I^-(t) + v^+(t)w^+(t) + v^-(t)w^-(t) \right) \quad (0)$$

*s.a :*

$$X(t) \leq p(t)W(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (1)$$

$$W(t) \leq W_{\max} \quad 1 \leq t \leq T \quad (2)$$

$$X(t) - I(t) + I(t-1) = D(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (3)$$

$$I(t) = I^+(t) - I^-(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (4)$$

$$W(t) = W(t-1) + w^+(t) - w^-(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (5)$$

$$X(t), I^+(t), I^-(t), W(t), w^+(t), w^-(t) \geq 0 \quad 1 \leq t \leq T \quad (6)$$

## M1: modelo con RRHH variable y ruptura penalizada (5/5)

### *Restricciones adicionales*

- *Restricciones de regulación RRHH.* Pacto entre agentes:

$$W(t) \geq W_{\min} \quad 1 \leq t \leq T \quad (7)$$

- *Restricciones de regulación stocks.* Limitación de instalaciones y compromisos con los clientes:

$$I^+(t) \leq I^+_{\max} \quad 1 \leq t \leq T \quad (8)$$

$$I^-(t) \leq I^-_{\max} \quad 1 \leq t \leq T \quad (9)$$

- *Incorporación producción extra.* Pacto entre agentes (reformular limitaciones y balances y considerar costes extra):

$$\hat{X}(t) \leq \hat{p}(t)W(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (10)$$

$$X(t) + \hat{X}(t) - I(t) + I(t-1) = D(t) \quad 1 \leq t \leq T \quad (3')$$

$$z' = z + \sum_{t=1}^T \hat{c}(t)\hat{X}(t) \quad (0')$$

# Ejercicio-1

---



**DOE**

[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)

SAP -160

## M2: modelo multi-producto con recursos críticos (1/5)

---

### *Hipótesis:*

- Varios productos (o familias de productos).
- Varios recursos productivos compartidos por los productos.
- Los productos pueden almacenarse.
- Las entregas pueden diferirse con penalización.
- No se considera coste fijo de producción.
- La variación de la capacidad productiva viene definida exógenamente a partir de la disponibilidad de recursos; no entra en la planificación la posibilidad de variar dicha disponibilidad.
- Las unidades productivas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

## M2: modelo multi-producto con recursos críticos (2/5)

---

### *Variables:*

- $X(j,t)$  Cantidad planificada de producción de  $j$  durante el periodo  $t$ .
- $I(j,t)$  Stock neto del producto  $j$  al final del periodo  $t$ .
- $I^+(j,t)$  Stock físico (en mano) del producto  $j$  al final de  $t$ .
- $I^-(j,t)$  Entregas diferidas (unidades) del producto  $j$  contabilizadas al final del periodo  $t$ .

## M2: modelo multi-producto con recursos críticos (3/5)

---

### *Parámetros:*

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2,..,T$ ).
- $j$  Índice de productos o familias ( $j=1,..,J$ ).
- $k$  Índice de recurso ( $k=1,..,K$ ).
- $D(j,t)$  Demanda o consumo del producto  $j$ , previsto o acordado, durante el periodo  $t$ .
- $c(j,t)$  Coste (variable) unitario de producción de  $j$  durante  $t$ .
- $h^+(j,t)$  Coste de almacenar una unidad del producto  $j$  de  $t$  a  $t+1$ .
- $h^-(j,t)$  Coste de diferir la entrega de una unidad del producto  $j$  de  $t$  a  $t+1$ .
- $a(k,j)$  Coeficiente tecnológico: cantidad del recurso  $k$  necesaria para fabricar una unidad de  $j$  (constante a lo largo del horizonte).
- $b(k,t)$  Cantidad del recurso  $k$  disponible en  $t$  (no es transferible por periodos).

## M2: modelo multi-producto con recursos críticos (4/5)

*Datos iniciales:*  $I(0,j) \Rightarrow$  stock inicial detallado.

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \left( c(j,t)X(j,t) + h^+(j,t)I^+(j,t) + h^-(j,t)I^-(j,t) \right) \quad (0)$$

*s.a :*

$$X(j,t) - I(j,t) + I(j,t-1) = D(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$I(j,t) = I^+(j,t) - I^-(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J a(k,j)X(j,t) \leq b(k,t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (3)$$

$$X(j,t), I^+(j,t), I^-(j,t) \geq 0 \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (4)$$

## M2: modelo multi-producto con recursos críticos (5/5)

---

### *Restricciones adicionales*

- *Restricciones de regulación de la producción.* Pacto entre agentes:

$$X(j,t) \leq P_{\max}(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (5)$$

$$X(j,t) \geq P_{\min}(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (6)$$

- *Restricciones de regulación stocks.* Limitación de instalaciones y compromisos con los clientes:

$$I^+(j,t) \leq I^+_{\max}(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (7)$$

$$I^-(j,t) \leq I^-_{\max}(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (8)$$

## Ejercicio-2

---



**DOE**

[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)

SAP -220

# INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (1/8)

---

## *Hipótesis:*

- Varios productos.
- Varios recursos productivos compartidos por los productos.
- La variación de la capacidad productiva viene definida exógenamente a partir de la disponibilidad de recursos; no entra en la planificación la posibilidad de aumento o disminución de dicha disponibilidad .
- Las unidades productivas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

## *Implantación Industrial:*

- Época: 1975-1976 - Empresa: SEAT – UPC: Companys, R.

- Coll, F.; Maciá, X.; Companys, R. (1978) Système interactif de planification dans un contexte a plusieurs unités de production. *Informatique et Gestion* N° 9, Paris.

- Coll, F.; Delás, T.; Maciá, X.; Companys, R. (1980) Sistema interactivo de ayuda a la planificación de la producción. *NOVATICA* N° 32, Barcelona.

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (2/8)

---

### *Variables:*

- $X(j,t)$  Cantidad planificada de producción de  $j$  durante el periodo  $t$ .
- $I(j)$  Stock neto del producto o familia  $j$  respecto a su demanda total.
- $I^+(j)$  Exceso de producción del producto o familia  $j$  respecto a su demanda total marcada para el plan.
- $I^-(j)$  Defecto de producción del producto o familia  $j$  respecto a su demanda total marcada para el plan.

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (3/8)

---

### *Parámetros:*

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2,..,T$ ).
- $j$  Índice de productos o familias ( $j=1,..,J$ ).
- $k$  Índice de recurso ( $k=1,..,K$ ).
- $D(j)$  Demanda o consumo del producto o familia  $j$ , previsto o acordado, durante el horizonte  $T$ .
- $a(k,j)$  Coeficiente tecnológico: cantidad del recurso  $k$  necesaria para fabricar una unidad de  $j$  (constante a lo largo del horizonte). Toman los valores 1 y 0 para indicar, respectivamente, el requerimiento o no del recurso.
- $b(k,t)$  Cantidad del recurso  $k$  disponible en  $t$  (no es transferible por periodos).

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (4/8)

---

*Modelo básico. Fase-0:*

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^J I^+(j) + \sum_{j=1}^J I^-(j) \quad (0)$$

*s.a :*

$$\sum_{t=1}^T X(j,t) - I^+(j) + I^-(j) = D(j) \quad 1 \leq j \leq J \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J a(k,j)X(j,t) \leq b(k,t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (2)$$

$$X(j,t), I^+(j), I^-(j) \geq 0 \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (3)$$

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (5/8)

---

### *Variables adicionales. Fase-1:*

- $I^+(j,t)$  Exceso de producción de  $j$  en  $t$  respecto a su demanda ideal por periodo.
- $I^-(j,t)$  Defecto de producción de  $j$  en  $t$  respecto a su demanda ideal por periodo.

### *Parámetros adicionales. Fase 1:*

- $h^+(j,t)$  Penalización por exceso de producción de una unidad de  $j$  en  $t$ .
- $h^-(j,t)$  Penalización por defecto de producción de una unidad de  $j$  en  $t$ .

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (6/8)

---

*Modelo reformulado. Fase-1:*

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T h^+(j,t)I^+(j,t) + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T h^-(j,t)I^-(j,t) \quad (0)$$

*s.a :*

$$X(j,t) - I^+(j,t) + I^-(j,t) = \frac{D(j)}{T} \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J a(k,j)X(j,t) \leq b(k,t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (2)$$

$$X(j,t), I^+(j,t), I^-(j,t) \geq 0 \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (3)$$

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (7/8)

---

### *Variables adicionales. Fase-2:*

- $y(j,t)$  Variable binaria que adopta el valor 1 cuando se fabrica el producto  $j$  en el periodo  $t$  (valor 0 en caso contrario).

### *Parámetros adicionales. Fase 2:*

- $C_L(j)$  Penalización por cada lanzamiento del producto o familia  $j$ .

## INPLA-SEAT: Modelo multiproducto con recursos críticos (8/8)

*Modelo reformulado. Fase-2:*

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (C_L(j)y(j,t) + h^+(j,t)I^+(j,t) + h^-(j,t)I^-(j,t)) \quad (0)$$

*s.a:*

$$X(j,t) - I^+(j,t) + I^-(j,t) = \frac{D(j)}{T} \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J a(k,j)X(j,t) \leq b(k,t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (2)$$

$$X(j,t) \leq D(j)y(j,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (3)$$

$$X(j,t), I^+(j,t), I^-(j,t) \geq 0 \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (4)$$

$$y(j,t) \in \{0,1\} \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (5)$$

## M3- modelo multicentro (1/5)

---

### *Hipótesis:*

- Varios productos (o familias de productos).
- Varios centros de producción que producen productos comunes.
- Varios recursos productivos compartidos por los productos.
- Varios centros de consumo (o distribución) a los que hay que transportar los productos.
- Los productos se pueden almacenar en los centros productivos.
- Las entregas no pueden diferirse.
- No hay coste fijo de producción, ni coste fijo de cambio de nivel de producción.
- La variación de la capacidad productiva viene definida exógenamente a partir de la disponibilidad de recursos; no entra en la planificación la posibilidad de aumento o disminución de dicha disponibilidad.
- Las unidades producidas durante un periodo pueden transportarse y utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

## M3- modelo multicentro (2/5)

---

### *Variables:*

- $X(j,i,t)$  Cantidad planificada de producción del producto o familia  $j$  durante el periodo  $t$ .
- $I(j,i,t)$  Stock neto del producto o familia  $j$  situado en el almacén de la planta  $i$  al final del periodo  $t$ .
- $Y(j,i,l,t)$  Cantidad del producto  $j$  transportada desde la planta  $i$  hasta el centro de consumo  $l$  durante el periodo  $t$ .

## M3- modelo multicentro (3/5)

---

### *Parámetros:*

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2,\dots,T$ ).
- $j$  Índice de productos o familias ( $j=1\dots,J$ ).
- $k$  Índice de recurso ( $k=1,\dots,K$ ).
- $i$  Índice de fábrica o fuente de producción ( $i=1,\dots,S$ ).
- $l$  Índice de depósito o centro de consumo ( $l=1,\dots,L$ ).
- $D(j,l,t)$  Demanda del producto  $j$  en el centro de consumo  $l$  durante el periodo  $t$ .
- $c(j,i,t)$  Coste unitario de producción de  $j$  en la fábrica  $i$  durante  $t$ .
- $h(j,i,t)$  Coste de almacenar una unidad de  $j$  en  $i$  de  $t$  a  $t+1$ .
- $r(j,i,l,t)$  Coste de transportar una unidad de  $j$  desde  $i$  hasta  $l$  durante  $t$ .
- $a(k,j,i)$  Coeficiente tecnológico: cantidad del recurso  $k$  necesaria para fabricar una unidad de  $j$  en la fábrica o fuente  $i$ .
- $b(k,i,t)$  Cantidad del recurso  $k$  disponible en la fábrica  $i$  durante  $t$ .

## M3- modelo multicentro (4/5)

*Datos iniciales:*  $I(j,i,0)$ ,  $j=1\dots,J$ ,  $i=1,\dots,S$ .

$$\begin{aligned} \text{Min } z = & \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T c(j,i,t)X(j,i,t) + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T h(j,i,t)I(j,i,t) + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^S \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T r(j,i,l,t)Y(j,i,l,t) \end{aligned} \quad (0)$$

s.a :

$$X(j,i,t) - I(j,i,t) + I(j,i,t-1) = \sum_{l=1}^L Y(j,i,l,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq i \leq S) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^S Y(j,i,l,t) = D(j,l,t) \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq l \leq L) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J a(k,j,i)X(j,i,t) \leq b(k,i,t) \quad (1 \leq k \leq K) \wedge (1 \leq i \leq S) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (3)$$

$$X(j,i,t), I(j,i,t), Y(j,i,l,t) \geq 0 \quad (1 \leq j \leq J) \wedge (1 \leq i \leq S) \wedge (1 \leq l \leq L) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (4)$$

## M3- modelo multicentro (5/5)

### *Restricciones adicionales:*

- *Restricciones sobre la disponibilidad de materia prima.* Dependiente de la capacidad de producción de las fuentes de materia y de los contratos con proveedores ( $f=1, \dots, F$ ):

$$\sum_{i=1}^S Q(f, i, t) \geq Q_{\min}(f, t) \quad (1 \leq f \leq F) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^S Q(f, i, t) \leq Q_{\max}(f, t) \quad (1 \leq f \leq F) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (6)$$

- *Restricciones sobre el requerimiento de materia prima y consideración de costes.* Dependiente del consumo unitario de cada producto en cada planta,  $q(j, i)$ .

$$\sum_{j=1}^J q(j, i) X(j, i, t) - \sum_{f=1}^F Q(f, i, t) = 0 \quad (1 \leq i \leq S) \wedge (1 \leq t \leq T) \quad (7)$$

$$z' = z + \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T \left( \hat{c}(f, t) \sum_{i=1}^S Q(f, i, t) \right) + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T \hat{r}(f, i, t) Q(f, i, t) \quad (0')$$

## Ejercicio-3

---

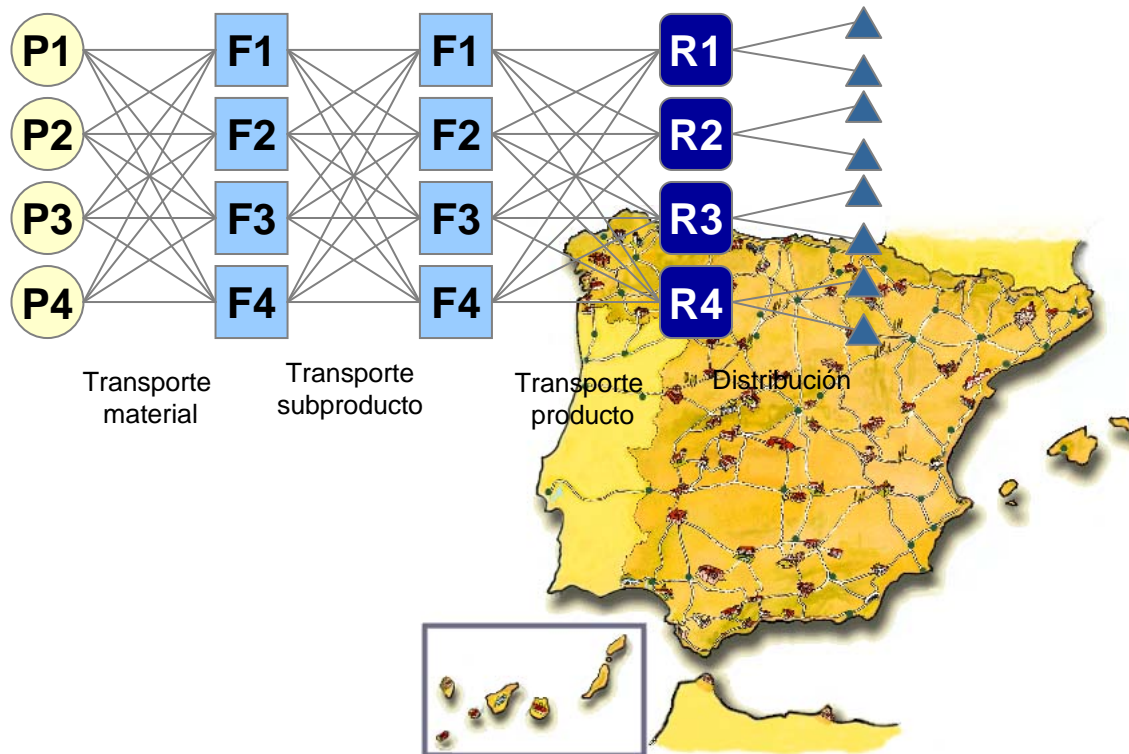


**DOE**

[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)

SAP -360

# Sistema DANAE-DANONE



Departament  
d'Organització  
d'Empreses

# DANAE-DANONE: Hipótesis

---

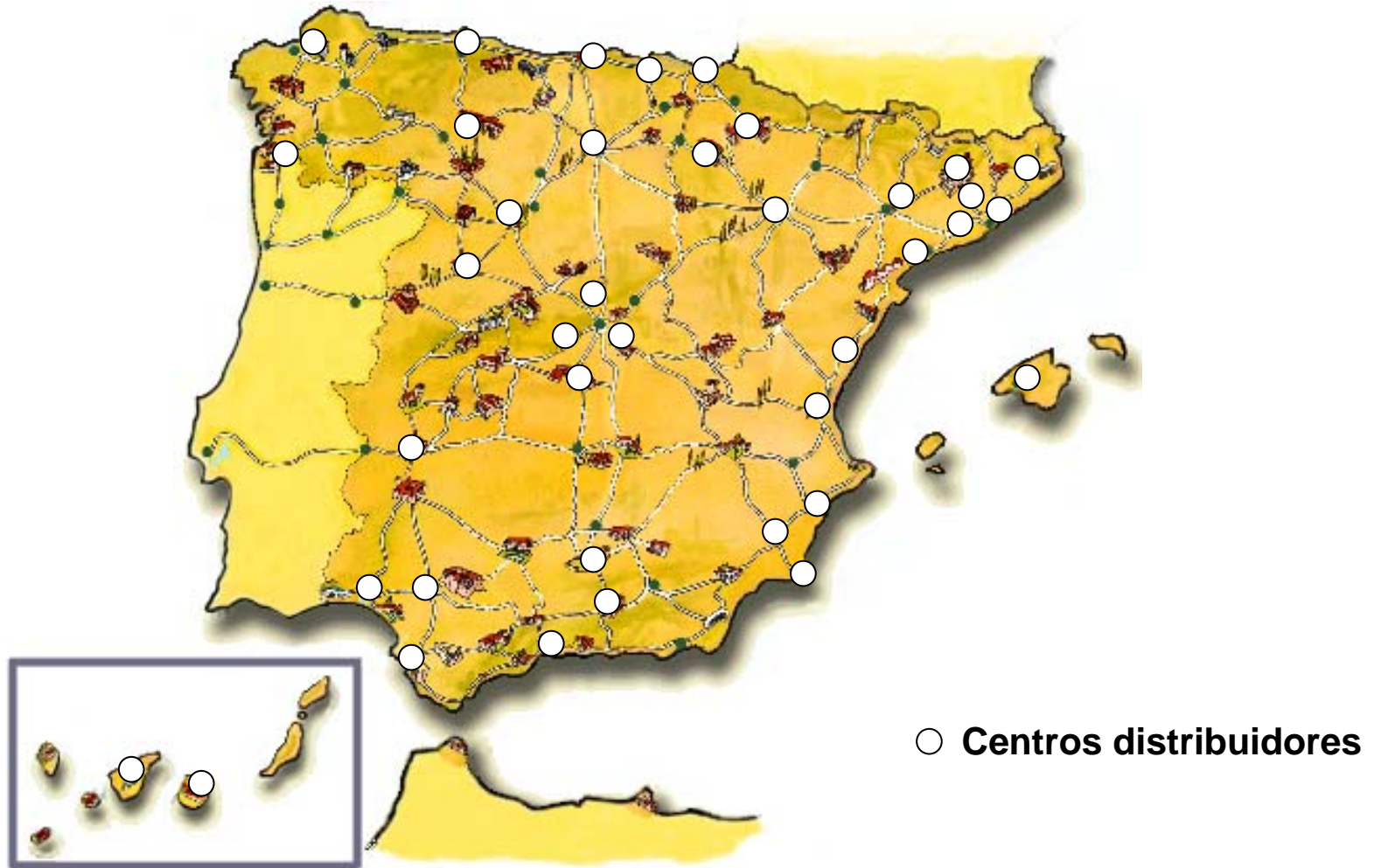
## *Hipótesis:*

- Varios productos (especialidades) y varias familias.
- Varios recursos productivos compartidos por los productos en varios centros.
- Materia prima limitada procedente de varias fuentes.
- La variación de la capacidad productiva viene definida exógenamente a partir de la capacidad de las líneas y de la disponibilidad de la materia prima.
- Las unidades productivas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo y se consideran lotes mínimos para obtener los productos.

## *Implantación Industrial:*

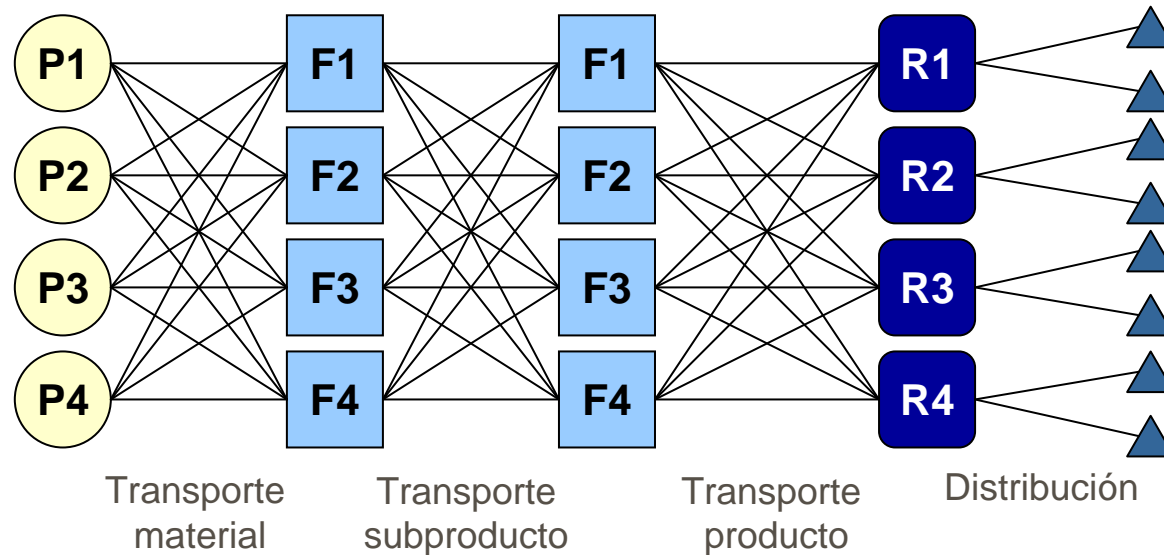
- Época: 1989-1990 - Empresa: DANONE – UPC: Companys, R.; Bautista, J.

# DANAE-DANONE: Distribución Indirecta (1989)



# DANAE-DANONE: El problema

- Número de fuentes de material: 17
- Número de fábricas: 6
- Número de centros regionales: 5+1
- Número de centros de distribución: 38



- 100 especialidades o productos agrupados en 22 familias.

# DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (1/7)

---

## *Objetivo:*

- Minimizar los costes de explotación del sistema (al suponer que los ingresos quedaban definidos por la atención de la demanda) bajo diversos supuestos.

## *Condiciones especiales:*

- Un centro regional se abastece de cada especialidad desde una sola fábrica.
- El coste operativo de un camión es prácticamente el mismo con independencia del nivel de carga.
- Costes escalonados (cambios de especialidad en una línea de producción).
- Deducción de la conveniencia o no de disponer para la producción de una línea de envasado concreta.

## DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (2/7)

---

*Función del modelo: Análisis de diversos escenarios:*

- E0: *Estructura actual*, con diversas posibilidades de demanda.
- E1: *Estructura ampliada de las líneas actuales* (modificación de las capacidades productivas).
- E2: *Supresión de alguna fábrica* con adaptación de la capacidad a las restantes.
- E3: *Adición de una nueva fábrica*, en una localización concreta, determinando las especialidades a producir y la repercusión en las fábricas existentes.

## DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (3/7)

---

### *Variables:*

- Binaria (*familia/fábrica*): valor 1 si conviene fabricar una familia en una planta.
- Binaria (*producto/fábrica*): valor 1 si conviene fabricar el producto en una planta.
- Continua (*producto/fábrica*): cantidad de producto a elaborar en la fábrica.
- Continua (*producto/fábrica/centro regional*): cantidad de producto a transportar desde la fábrica hasta el centro regional.
- Entera (*ruta*): nro de camiones necesarios para el transporte de producto (y retorno de envases) en la ruta.
- Continua (*fábrica*): consumo de materia prima.
- Continua (*fuentes/fábrica*): cantidad de material transportado desde la fuente hasta la fábrica.

## DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (4/7)

---

### *Parámetros:*

- Demanda (especialidad/centro regional).
- Capacidad (línea/fábrica).
- Lote mínimo de producción (especialidad).
- Consumo unitario de material y balance unitario de subproducto (especialidad).
- Capacidad de los contenedores, y de los camiones (contenedores llenos y vacíos).
- Disponibilidad de material (fuente).
- Costes unitarios (material).
- Costes unitarios (rutas transporte productos).
- Costes unitarios (transporte subproducto).
- Costes setup (puesta en marcha de las líneas de producción).
- Costes de cambio de especialidad en las líneas (especialidad/línea).
  
- *Unidad de tiempo:* la semana

## DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (5/7)

---

### *Restricciones:*

- *Demanda:* La cantidad de cada producto recibido por un centro regional (desde todas las plantas) debe ser igual a la cantidad solicitada por el centro regional.
- *Producción:* La cantidad de cada producto enviado desde una fábrica debe ser igual a la cantidad transportada.
- *Capacidad de producción:* La fabricación de los productos de una familia en una fábrica no puede ser superior a la capacidad de las líneas implicadas.
- *Lote mínimo:* La cantidad de cada producto elaborado en una fábrica no puede ser inferior al tamaño mínimo del lote para dicho producto.
- *Aprovisionamiento:* Las cantidades de materia prima (leche) recibidos en una fábrica deben ser iguales a las necesidades de materia prima.
- *Disponibilidad:* Las cantidades de materia prima enviadas desde una fuente no pueden ser mayores que la disponibilidad de materia prima en la fuente.
- *Transporte:* El número de camiones de cada ruta debe ser suficiente para asegurar el transporte de producto y el retorno de los envases.

# DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (6/7)

---

*Función objetivo: Suma de costes:*

- Coste de aprovisionamiento de materiales.
- Coste de transporte de productos.
- Coste de puesta en funcionamiento de las líneas de producción.
- Coste de cambio de producto en las líneas.

*Dimensiones:*

- Variables continuas: 3000.
- Variables binarias: 350.
- Variables enteras: 16.
- Restricciones: 2500.

## DANAE-DANONE: Modelo analítico multifamilia-multicentro (7/7)

---

*Procesador:* LINDO/PC – Micro Vax 3000

*Salidas:*

- Por *familia-fábrica*: número de unidades producidas y el número de especialidades distintas fabricadas (**SQF**).
- Por *fábrica-especialidad*: número de unidades producidas, y el número de lotes de producción que ello implica (**SQE**).
- Por *especialidad-centro\_regional*: fábricas encargadas del abastecimiento (**ERF**).
- Componentes del coste total (**COSTE**).
- Por *fábrica-fuente\_de\_suministro* se indica la cantidad de materia prima con que la fuente abastece a la fábrica (**MLE**).

